Hessen-2008-Stochastik-C1-LK

1. Es handelt sich um Bernoulli-Experimente mit p=0,2. Dabei bedeutet X=k : k Äpfel sind matschig. Dann ist

   A: n=7; $P(X=2)=\binom{7}{2}0{,}2^2\cdot 0{,}8^5=0{,}275252$

   B: n=20: $P(X\geq 2)=P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-P(X=0)-P(X=1)=$

   $=1-\binom{20}{0}0{,}2^0\cdot 0{,}8^{20}-\binom{20}{1}0{,}2^1\cdot 0{,}8^{19}$ =1-0,1153-0,05765=0,93082

   C. n=100: $P(15\leq X\leq 25)=P(X\leq 25)-P(X\leq 14)=0{,}91252-0{,}08044=0{,}83208$

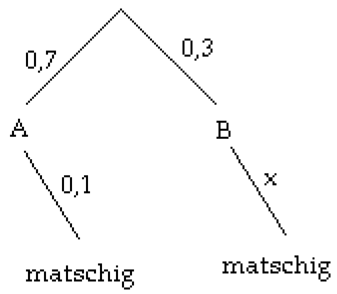
   Die Werte stammen aus einer F(n;p;k)-Binomialtabelle.

   Altrernative durch Näherung mit der Φ-Funktion:

   $\mu=np=20;\sigma=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{16}=4$ ➔

   $P(15\leq X\leq 25)=\Phi\left(\frac{25-20}{4}\right)-\Phi\left(\frac{15-20}{4}\right)=\Phi(1{,}25)-\Phi(-1{,}25)$=0,8944-0,1056=0,7888

2. Es handelt sich um ein zweistufiges Experiment. Mit Hilfe des Baumdiagramm kommt man zu der Gleichung: $0{,}7\cdot 0{,}1+0{,}3\cdot x=0{,}13$ ➔

   $0{,}3\cdot x=0{,}13-0{,}07=0{,}06$ ➔ $x=\frac{0{,}06}{0{,}3}=0{,}2$

   - A liefert 0,7*0,1=7% , B liefert 0,3*0,2=6% matschige Äpfel, also A zahlenmäßig mehr
   - Prozentual liefert allerdings B (20%) mehr matschige Äpfel als A(10%)

3.
   - Prüfhypothese $H_0: p\leq 0{,}2$ Alternativhypothese $H_1: p>0{,}2$; $n=20;\alpha=5\%$. Zu ermitteln ist die Anzahl k , sodass $P(X\leq k)\geq 1-0{,}05\geq 0{,}95$. Aus der F(n;p;k)-Binomialtabelle entnimmt man F(20;0,2;6)=0,91 und F(20;0,2;7)=0,96 ➔ k=7, d.h. Der Annahmebereich ist [0;7] und der Verwerfungsbereich [8;20]. Das bedeutet, dass die Lieferung akzeptiert wird, wenn weniger als 8 Äpfel von 20 Äpfeln der Stichprobe matschig sind.
   - Zu berechnen ist der Fehler 2. Art: $\beta=P_{p=0{,}4}(X\leq 6)=0{,}25$ (aus der Tabelle)
   - Da die β-Fehler p abhängt, kann man die Funktion β(p) in einem Graphen darstellen. An ihm kann man ablesen, wie groß der Fehler 2. Art bei vorgegebenem p ist. Die Wahrscheinlichkeit β wird natürlich immer kleiner, je mehr Früchte tatsächlich matschig sind.

4. Prüfhypothese $H_0: p\geq 0{,}2$ Alternativhypothese $H_1: p<0{,}2$; $n=20;\alpha=5\%$. Zu ermitteln ist die Anzahl k , sodass $P(X\leq k)=0{,}05$. Aus der F(20;0,2;k)-Binomialtabelle entnimmt man F(20;0,2;0)=0,011 und F(20;0,2;1)=0,07. Der Verwerfungsbereich ist also nur k=0!!. Aus der Sicht des Lieferanten handelt es sich um einen günstigen Test, nicht aber aus der der Kunden