Hessen-2008-Analysis-A2-LK
x% der Bevölkerung besitzen y% des Volksvermögens

1.

- $0{,}1 = 0{,}4^r \Leftrightarrow \ln 0{,}1 = r \cdot \ln 0{,}4 \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}4} \approx 2{,}5 \Rightarrow \underline{y = x^{2,5}}$
- den reichsten 20% entsprechen den ärmeren 80% der Bevölkerung, also müssen wir berechnen $y = 0{,}8^{2,5} \approx 0{,}57$,d.h. die reichsten 20% der Bevölkerung besitzen 43% !!

2.

- Die Bevölkerung wird durch den Anteil x% beschrieben, also liegt in [0%;100%]= =[0;1]. Dann hat natürlich 0% der Bevölkerung 0% Vermögen und die gesamte Bevölkerung das ganze Volksvermögen (f(100%)=100%⇔f(1)=1)
- Lt.Definition x der Bevölkerungsanteil nach wachsendem Vermögen geordnet, also kann der zugehörige Vermögensanteil nicht <0 werden
- Lt.Definition x der Bevölkerungsanteil nach wachsendem Vermögen geordnet, also kann der zugehörige Vermögensanteil nur wachsen, d.h. f ist monoton steigend. Die Steigung nimmt immer mehr zu, weil der reiche Bevölkerungsanteil immer größere Vermögensanteile besitzt.
- Für die Funktion $b(x) = 2 \cdot 1{,}5^x - 2 = 2 \cdot e^{x \ln 1,5} - 2$ gilt
  - $b(0) = 2 \cdot 1{,}5^0 - 2 = 0 ; b(1) = 2 \cdot 1{,}5^1 - 2 = 1$, aber D_f=[0;1] ???
  - $2 \cdot 1{,}5^x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 1{,}5^x \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \ln 1{,}5 \geq \ln 1 = 0$
  - $b'(x) = 2 \ln 1{,}5 \cdot e^{x \ln 1,5} \geq 0$, alle Faktoren sind ≥ 0
  - $b''(x) = 2(\ln 1{,}5)^2 \cdot e^{x \ln 1,5} \geq 0$, alle Faktoren sind ≥ 0
- f(x)=x ist die LORENZ-Kurve für gleichmäßige Vermögensverteilung

3. GINI-Koeffizient

- $\int_0^1 x^3 dx = \left[\frac{1}{4} x^4\right]_0^1 = 0{,}25 \Rightarrow G = \dfrac{0{,}5 - 0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5$
- $\int_0^1 x^8 dx = \left[\frac{1}{9} x^9\right]_0^1 = 0{,}\bar{1} \Rightarrow G = \dfrac{0{,}5 - 0{,}\bar{1}}{0{,}5} = 0{,}\bar{7}$
- Der GINI-Koeffizient ist bei gleichmäßiger Verteilung 0 und geht bei sehr ungleichmäßiger Verteilung gegen 1. Er kann auch nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen.
- $\int_0^1 x^r dx = \left[\frac{1}{r+1} x^{r+1}\right]_0^1 = \dfrac{1}{r+1} \Rightarrow G = \dfrac{0{,}5 - \frac{1}{r+1}}{0{,}5} = \dfrac{\frac{0{,}5(r+1)}{r+1} - \frac{1}{r+1}}{0{,}5} =$
  $= \dfrac{0{,}5(r+1) - 1}{0{,}5(r+1)} = \dfrac{0{,}5(r-1)}{0{,}5(r+1)} = \dfrac{r-1}{r+1}$

4.

- $\int_0^1 (2 \cdot 1{,}5^x - 2) dx = \int_0^1 (2 \cdot e^{x \ln 1,5} - 2) dx = 2\left[\frac{e^{x \ln 1,5}}{\ln 1{,}5} - x\right]_0^1 = \left(\frac{e^{\ln 1,5}}{\ln 1{,}5} - 1\right) - \left(\frac{e^0}{\ln 1{,}5}\right) \approx$ 3,7-1-2,466=0,234 $\Rightarrow G = \dfrac{0{,}5 - 0{,}234}{0{,}5} = 0{,}533$

- s.o. $b'(x) = 2\ln 1{,}5 \cdot e^{x \ln 1{,}5}$ ➔
    - $b'(0{,}4) = 2\ln 1{,}5 \cdot e^{0{,}4 \ln 1{,}5} \approx 0{,}953$
    - $b'(0{,}9) = 2\ln 1{,}5 \cdot e^{0{,}9 \ln 1{,}5} \approx 1{,}168$

  Die Steigungen liegen in der Nähe von 1, bei 90% nur geringfügig größer als bei 40%. Das bedeutet, dass das Vermögen ziemlich gleichmäßig verteilt ist