Lösung

Lösung zu Teilaufgabe 1.1 (2 BE)

Zur systematischen Untersuchung des Einflusses eines (attraktiven) Bewerbungsfotos auf die Einstellungschancen eines Bewerbers werden Bewerbungen mit und ohne Foto verschickt. In dieser Teilaufgabe soll nun die Quote berechnet werden, mit der ein beliebiger Bewerber (mit und ohne Foto) eine Antwort auf sein Bewerbungsschreiben erhielt. Die Rückrufquote entspricht dem Quotienten aus erfolgten Rückrufen und verschickten Bewerbungen:

$$\begin{aligned} \mathrm{N}_{\text{verschickt}} &= 2 \cdot 664 + 2 \cdot 664 + 2 \cdot 1328 = 5312 \\ \mathrm{N}_{\text{Rückruf}} &= 131 + 85 + 61 + 90 + 182 + 220 = 769 \end{aligned}$$

$$\frac{\mathrm{N}_{\text{Rückruf}}}{\mathrm{N}_{\text{verschickt}}} = \frac{769}{5312} \approx 0,145 = 14,5\,\%$$

Lösung zu Teilaufgabe 1.2 (4 BE)

Um beurteilen zu können, welche Bewerbung unter den Männern bzw. Frauen die beste Rückrufquote hatte, müssen zunächst die einzelnen Rückrufquoten berechnet werden:

	attraktives Foto	Durchschnittsfoto	kein Foto
Männer	$\frac{131}{664} \approx 0,197$	$\frac{61}{664} \approx 0,092$	$\frac{182}{1328} \approx 0,137$
Frauen	$\frac{85}{664} \approx 0,128$	$\frac{90}{664} \approx 0,136$	$\frac{220}{1328} \approx 0,166$

Die insgesamt beste Rückrufquote erzielten also Männer mit attraktiven Bewerbungsfotos, unter den Frauen war eine Bewerbung ohne Foto am effektivsten. Während die Erfolgschancen für Männer am schlechtesten sind, wenn sie kein Foto beifügen, erhalten Frauen im Schnitt die wenigsten Rückrufe, wenn sie sich mit einem attraktiven Foto beworben haben.

Lösung zu Teilaufgabe 1.3 (3 BE)

Der Tabelle aus 1.2 ist zu entnehmen, dass Männer sich optimalerweise mit einem attraktiven Foto bewerben sollten, während Frauen in der Bewerbung auf ein Foto verzichten sollten.

Lösung zu Teilaufgabe 1.4 (2 BE)

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Frau einen Rückruf erhält, wenn sie eine Bewerbung mit Foto verschickt hat, beträgt

$$P_{\text{Foto}}\left(\text{Rückruf}\right) = \frac{85+90}{1328} \approx 0,132 = 13,2\,\%.$$

Lösung zu Teilaufgabe 2.1 (2 BE)

Die Rückrufquote für einen Mann mit attraktivem Bewerbungsfoto soll im Folgenden konstant bei 20 % liegen. Zur Berechnung der erwarteten Rückrufe bei 40 Bewerbungen kann also von einem Bernoulli-Experiment ausgegangen werden. Damit ergibt sich

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,2 = 8.$$

Lösung zu Teilaufgabe 2.2 (5 BE)

Auch zur Berechnung dieser Ereignisse wird ein Bernoulli-Experiment zu Grunde gelegt:

$$\begin{aligned} P\left(\text{A}\right) &= P\left(X=1\right) = \text{B}\left(20; 0,2; 1\right) \\ &= \binom{20}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^{19} \approx 0,058 = 5,8\,\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P\left(\text{B}\right) &= P\left(X>2\right) = 1 - P\left(X \leq 2\right) \\ &= 1 - \text{F}\left(20; 0,2; 2\right) \approx 0,7939 = 79,39\,\% \end{aligned}$$

Lösung zu Teilaufgabe 2.3 (4 BE)

Es sollen so viele Bewerbungen verschickt werden, dass die Wahrscheinlichkeit für mindestens 4 Rückrufe bei mindestens 50 % liegt:

$$
\begin{aligned}
P(X \geq 4) &\geq 0,5 \\
1 - P(X \leq 3) &\geq 0,5 \\
1 - \mathrm{F}(n; 0,2; 3) &\geq 0,5 \\
-\mathrm{F}(n; 0,2; 3) &\geq -0,5 \\
\mathrm{F}(n; 0,2; 3) &\leq 0,5
\end{aligned}
$$

Beachte:

Wird eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert/durch eine negative Zahl dividiert, wird das Ungleichheitszeichen umgedreht!

Es muss also der kleinste Wert für n gefunden werden, für den die letzte Gleichung erfüllt ist. Aus der mitgelieferten Tabelle lässt sich $n = 19$ ablesen, es müssen also mindestens 19 Bewerbungen verschickt werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50 % mindestens 4 Rückrufe zu erhalten.

Lösung zu Teilaufgabe 3 (8 BE)

Abschließend soll untersucht werden, ob sich der Einfluss eines attraktiven Bewerbungsfotos auf die Rückrufchancen eines Mannes verändert haben. Es werden 100 Bewerbungen verschickt und die Anzahl der Rückrufe dokumentiert. Aus dieser Anzahl sollen Rückschlüsse auf den aktuellen Einfluss eines Bewerbungsfotos geschlossen werden. Dabei soll das Risiko, irrtümlich auf eine veränderte Rückrufquote zu schließen, bei maximal 10 % liegen.

Das beschriebene Szenario erfordert einen Hypothesentest. In der Nullhypothese wird von einer unveränderten Rückrufquote von 20 % ausgegangen:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Nullhypothese} & \mathrm{H}_0: & p_0 = 0,2 \\
\text{Alternativhypothese} & \mathrm{H}_1: & p_1 \neq 0,2
\end{array}
$$

In der Alternativhypothese steht ein Ungleichheitszeichen, da die Richtung der Abweichung von der Nullhypothese nicht bekannt ist.
Wegen $\mu = 100 \cdot 0,2 = 20$ kann bei unveränderter Rückrufquote bei 100 Bewerbungen mit etwa 20 Antworten gerechnet werden. Um $\mu = 20$ herum muss nun der Annahmebereich der Nullhypothese so gewählt werden, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Rückrufquote außerhalb des Annahmebereichs von H_0 bei $p_0 = 0,2$ unterhalb von 10 % liegt:

$$P_{0,2}\left(\mathrm{H}_1\right) \leq 0,1$$

Dabei setzt sich der Ablehnungsbereich der Nullhypothese aus zwei Bereichen zusammen. Da keine Abweichungsrichtung bevorzugt werden darf, muss ein Treffer unterhalb des Annahmebereichs von H_0 ebenso wahrscheinlich sein wie ein Treffer oberhalb dieses Bereichs. Damit ergibt sich:

„mindestens“: $\geq$
„höchstens“: $\leq$
„mehr als“: $>$
„weniger als“: $<$

außerdem:

$$\begin{aligned} P(X \geq k) &= 1 - P(X < k) \\ &= 1 - P(X \leq k-1) \\ &= \mathrm{F}(n; p; k-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X > k) &= 1 - P(X \leq k) \\ &= \mathrm{F}(n; p; k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{0,2}\left(X \leq k_1\right) &\leq 0,05 \\ \mathrm{F}\left(100; 0,2; k_1\right) &\leq 0,05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{0,2}\left(X \geq k_2\right) &\leq 0,05 \\ 1 - P_{0,2}\left(X < k_2\right) &\leq 0,05 \\ 1 - \mathrm{F}\left(100; 0,2; (k_2 - 1)\right) &\leq 0,05 \\ \mathrm{F}\left(100; 0,2; (k_2 - 1)\right) &\geq 0,95 \end{aligned}$$

Auch hier lassen sich die gesuchten Werte wieder aus der Tabelle ablesen. Dann ergibt sich

$$\begin{aligned} k_1 &= 13 \\ k_2 &= 28. \end{aligned}$$

Damit wird die Nullhypothese, dass sich die Rückrufquote nicht verändert hat, angenommen, sofern mindestens 14, aber höchstens 27 Rückrufe erfolgen. Erhält der Bewerber maximal 13 Rückrufe, ist davon auszugehen, dass sich die Erfolgsquote einer Bewerbung mit attraktivem Bewerbungsfoto für Männer verringert hat, wohingegen mehr als 27 (also mindestens 28) Rückrufe darauf hindeuten, dass sich die Erfolgsquote der Bewerbungen mit Foto verbessert hat.