

Abitur 2013 Mathematik GK Stochastik Aufgabe C2

Eine der wichtigsten Verbindungsstrecken zwischen Mainz und Wiesbaden ist die Kreisstraße K 17.

Jeder Autofahrer, der von Mainz nach Wiesbaden auf der K 17 fährt, kommt an zwei Ampeln vorbei. Die Erfahrung zeigt, dass die erste Ampel in 7 von 10 Fällen ohne anhalten zu müssen passiert werden kann. Herr Pendler fährt an jedem Werktag über die K 17 nach Wiesbaden zur Arbeit.

Teilaufgabe 1.1 (3 BE)

Herr Pendler glaubt, dass auch die zweite Ampel zu 70%, ohne anhalten zu müssen, überquert werden kann, und behauptet gegenüber einem Arbeitskollegen: „Die Wahrscheinlichkeit, dass ich an keiner der beiden Ampeln halten muss, beträgt 49%“. Beschreiben Sie, wie er diesen Wert berechnet hat und welche Annahme er dabei machen muss.

Teilaufgabe 1.2 (3 BE)

Tatsächlich beträgt die Wahrscheinlichkeit, beide Ampeln ohne anzuhalten zu überqueren, 58%.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Ampel ebenfalls ohne anzuhalten überquert werden kann, wenn man bereits die erste Ampel ohne anzuhalten überquert hat.

Auf der Kreisstraße K 17 zwischen Wiesbaden und Mainz halten sich 80% der Autofahrer an die baustellenbedingte Geschwindigkeitsbegrenzung von 30 km/h. Um die Sicherheit der Verkehrsteilnehmer zu erhöhen, hat die Stadt Mainz ein Gerät zur Geschwindigkeitsmessung („Blitzer“) aufgestellt. Gehen Sie davon aus, dass Autofahrer, die sich nicht an die Geschwindigkeitsbegrenzung halten, in jedem Fall geblitzt werden. Die Zufallsvariable X soll die Anzahl der geblitzten Autofahrer darstellen.

Teilaufgabe 2.1 (2 BE)

Erläutern Sie, unter welchen Bedingungen man die Geschwindigkeitsmessung als Bernoullikette interpretieren kann.

Teilaufgabe 2.2 (7 BE)

Gehen Sie davon aus, dass es sich bei folgendem Zufallsexperiment um eine Bernoullikette handelt:

Es werden 20 Autofahrer kontrolliert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

A : 3 Autofahrer geblitzt werden,

B : sich genau 15 Autofahrer an die Geschwindigkeitsbegrenzung halten,

C : mindestens 3 Autofahrer geblitzt werden.

Teilaufgabe 2.3 (7 BE)

Erklären Sie den Ansatz und das Ergebnis im folgenden Kasten im Sachzusammenhang und geben Sie die fehlenden Zwischenschritte an:

Ansatz:	$P(X \geq 1) > 0,99$
	$1 - 0,8^n > 0,99$
Ergebnis:	$n \geq 21$

Zwei Monate nach dem Aufstellen des Blitzers geht der Magistrat der Stadt davon aus, dass das Verhalten der Verkehrsteilnehmer sich deutlich verbessert hat und nur noch 10% statt 20% der Autofahrer auf dem Streckenabschnitt zu schnell fahren. Um diese Aussage zu überprüfen, sollen an einem Pressetermin zufällig 20 Autofahrer beobachtet werden.

„Werden höchstens zwei Autos geblitzt, so hat sich das Aufstellen des Blitzers für die Straßensicherheit gelohnt“, so der Verkehrsdezernent.

Teilaufgabe 3.1 (4 BE)

Es sei X die Anzahl der geblitzten Autofahrer.

Berechnen Sie für die Zufallsvariable X den Erwartungswert und die Standardabweichung unter der Annahme, dass sich das Verhalten wie oben beschrieben verbessert hat.

Teilaufgabe 3.2 (4 BE)

Formulieren Sie für den oben beschriebenen Hypothesentest mit der Nullhypothese $H_0 : p \geq 0,2$ sowohl den Fehler erster als auch den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang.