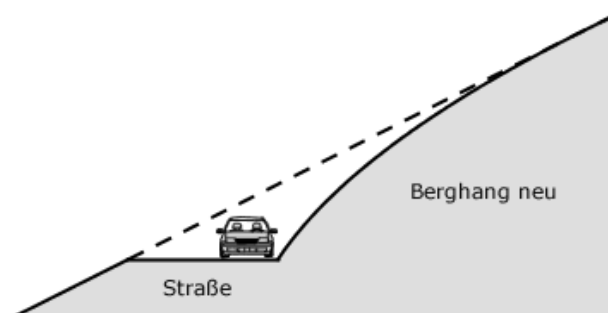


Abitur 2012 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A2

Das Profil eines Berghangs verläuft geradlinig mit einer Steigung von $m = 0,5$. Es soll eine 2 km lange horizontal verlaufende Straße der Breite 4 m angelegt werden (siehe Querschnittsskizze). Das beauftragte Bauunternehmen plant den Hang so abzutragen, dass im rechten Teil ein „knickfreier Verlauf“ zwischen dem bestehenden und dem neuen Profil entsteht.

Das Profil des neuen Berghangs kann für $x \geq 4$ mit Hilfe der Funktion h mit $h(x) = 3 \cdot \sqrt{x-3} - 3$ beschrieben werden (x in Metern).

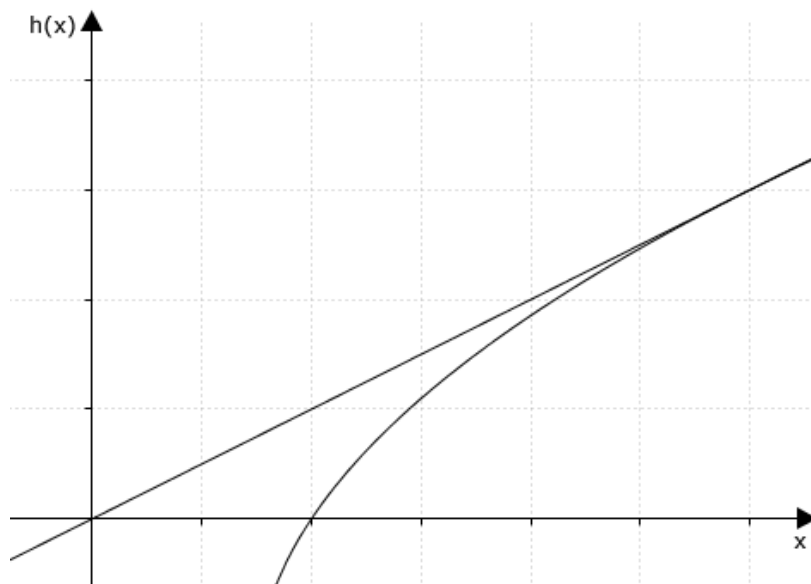


Teilaufgabe 1.1 (4 BE)

Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle (Material 1). Zeichnen Sie die ermittelten Punkte in das vorgegebene Koordinatensystem ein, nachdem Sie die Achsen mit einer geeigneten Skala beschriftet haben (Material 1).

Material 1

x	4	6	8	10	12
$h(x)$					



Teilaufgabe 1.2 (5 BE)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Graph von h im Punkt $P(12|6)$ „ohne Knick“ an das bestehende Hangprofil anschließt.

Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Bestimmen Sie den Winkel, unter dem das neue Hangprofil von der Straße her ansteigt.

Teilaufgabe 2.2 (4 BE)

Ab einer Steigung des Hangprofils von mehr als 45° ist zu befürchten, dass die Erde weggespült wird. Dort muss zusätzlich gesichert werden. Bestimmen Sie den zu sichernden Bereich und geben Sie das Intervall an.

Teilaufgabe 3.1 (3 BE)

Vor Beginn der Arbeiten sollen Markierungslinien an dem (bestehenden) Hang angebracht werden, die den Bauarbeitern die Abtragungsgrenzen anzeigen. Erläutern Sie die Zeilen (I) und (II) im nebenstehenden Kasten und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(I) $d^2 = 12^2 + 6^2$
(II) $d = \sqrt{180} \approx 13,42$

Teilaufgabe 3.2 (7 BE)

Berechnen Sie das Volumen des abzutragenden Erdreichs unter Verwendung einer Stammfunktion.

[zur Kontrolle: 16000 m^3]

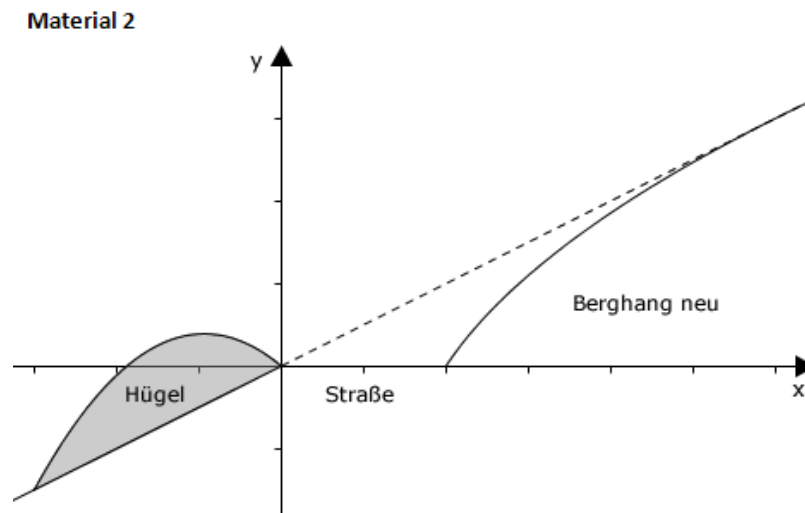
Teilaufgabe 4.1 (8 BE)

Um Kosten zu sparen, plant der Bauherr das abgetragene Erdreich auf der gegenüberliegenden Straßenseite (auf einer Länge von 2 km) aufzuschütten (siehe Material 2). Dabei muss er innerhalb der Grenzen von -6 bis 0 bleiben.

Weisen Sie nach, dass der Bauherr für das Profil des Hügels eine beliebige Parabel der Schar p_k mit der Gleichung $p_k(x) = kx^2 + 6kx + 0,5x$, $k \in \mathbb{R}^-$ wählen kann, um in den angegebenen Grenzen zu bleiben.

Bestimmen Sie unter Verwendung von 3.2 den Parameter k .

[zur Kontrolle: $p(x) = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{5}{6}x$]



Teilaufgabe 4.2 (5 BE)

Ermitteln Sie rechnerisch, wie hoch der aufgeschüttete Hügel über die Straße ragt.