

## Abitur 2012 Mathematik GK Geometrie Aufgabe B1

Gegeben sind vier Punkte  $A(3|2|2)$ ,  $B(5|3|0)$ ,  $C(7|4|-2)$  und  $D(4|4|4)$ .

### Teilaufgabe 1.1 (9 BE)

Die vier Punkte liegen in einer Ebene  $E$ .

Zeigen Sie, dass die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  auf einer Geraden liegen.

Bestimmen Sie für diese Ebene  $E$  eine Parametergleichung und eine Koordinatengleichung.

[zur Kontrolle:  $2x - 2y + z = 4$  ]

### Teilaufgabe 1.2 (3 BE)

Leiten Sie eine Koordinatengleichung für die zu  $E$  parallele Ebene her, die durch den Punkt  $P(3|1|-1)$  geht.

### Teilaufgabe 2. (6 BE)

Die Gleichung  $2x - y + 2z = 6$  bildet zusammen mit der Ebenengleichung aus Aufgabe 1.1 das lineare Gleichungssystem (A) im nebenstehenden Kasten.

Erläutern Sie, welche Umformung von (A) zu (B) stattgefunden hat.

Bestimmen Sie die Lösungsmenge dieses Gleichungssystems und deuten Sie diese geometrisch.

Zeigen Sie, dass der Punkt  $C$  zur Lösungsmenge gehört.

(A)	$2x - y + 2z = 6$
	$2x - 2y + z = 4$
(B)	$2x - y + 2z = 6$
	$y + z = 2$

Ein Mathematiklehrer stellt seiner Klasse folgendes Zahlenrätsel:

Gesucht sind drei Zahlen mit folgenden Eigenschaften.

- (1) Das Doppelte der Differenz aus der ersten und der zweiten Zahl ist gleich der Differenz aus 4 und der dritten Zahl.
- (2) Das Doppelte der Summe der ersten und dritten Zahl ist gleich der Summe aus 6 und der zweiten Zahl.
- (3) Die Summe der zweiten und dritten Zahl ist gleich 2.

Drei Schüler geben folgende Antworten:

S1:  $x = 2,5$  und  $y = 1$  und  $z = 1$

S2:  $x = -0,5$  und  $y = 1$  und  $z = 3$

S3:  $x = 3,25$  und  $y = 1,5$  und  $z = 0,5$

**Teilaufgabe 3.1** (4 BE)

Leiten Sie für die drei Bedingungen aus dem Kasten das folgende lineare Gleichungssystem her:

$$2x - y + 2z = 6$$

$$2x - 2y + z = 4$$

$$y + z = 2$$

**Teilaufgabe 3.2** (4 BE)

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems aus 3.1 an. Überprüfen Sie die drei Antworten auf Richtigkeit.

**Teilaufgabe 3.3** (4 BE)

Gesucht ist eine Lösung des Zahlenrätsels, die aus möglichst kleinen nicht-negativen ganzen Zahlen besteht. Werten Sie dazu die Lösungsmenge aus.