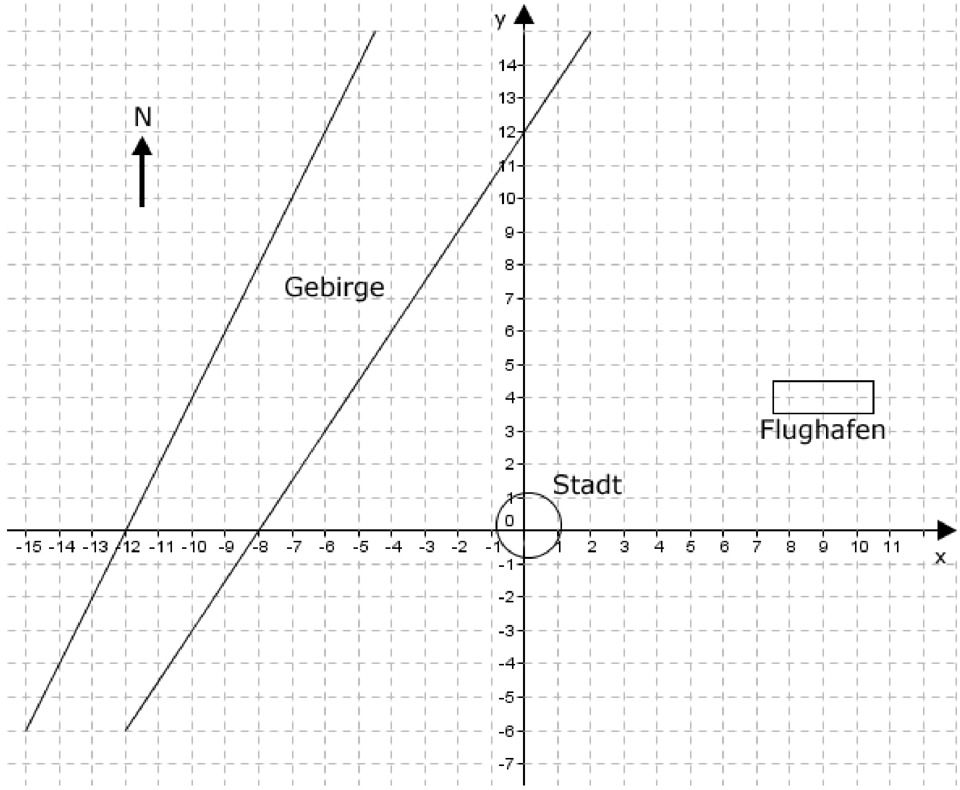
Hessen-2010-Geometrie-B2-LK

1.1



1.2.

$$\overrightarrow{P_2P_3} \times \overrightarrow{P_2P_4} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{n_{E_1}} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 12 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ ist Normalenvektor von E_1

$$E_1 : \vec{X} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$$

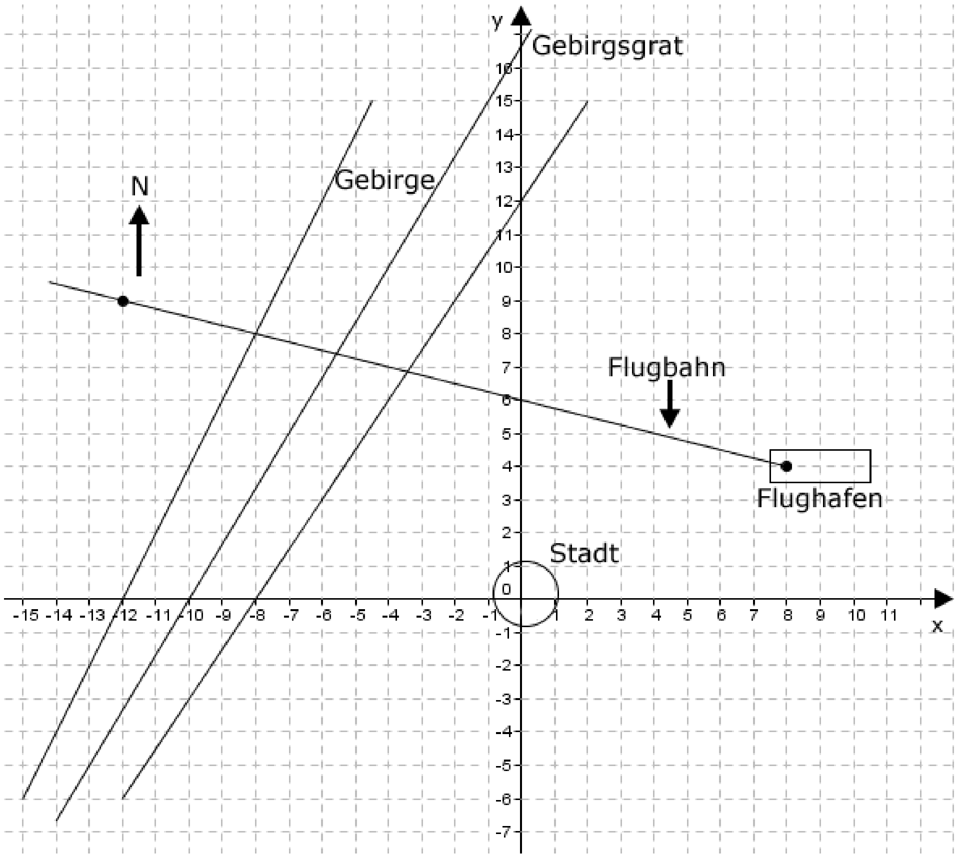
$E_1 : 3x - 2y + 1{,}5z = -24$ (Koordinatenform von E_1)

Die Punktkoordinaten von $S(-24|-24|0)$ erfüllen die Ebenengleichung von E_1.
S liegt somit in beiden Ebenen.

Der Richtungsvektor der Geraden g errechnet sich aus $\overline{SP_4} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -24 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 27 \\ 4 \end{pmatrix}$.

In der Projektion auf die xy-Ebene hat die Gerade die Gleichung $\bar{x} = \begin{pmatrix} -24 \\ -24 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 27 \end{pmatrix}$.

Zum Eintragen kann man die Punkte (-8|3) für t=1 und (-16|-10,5) für t=0,5 nehmen.



2.1. Die Flugbahn wird durch die Gerade h: $\bar{x} = \overline{OP_1} + \lambda \cdot \overline{P_1P_5} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ beschrieben.

Zum Eintragen kann man die Punkte (8|4) für λ=0 und (-12|9) für λ=1 nehmen

2.2. Wir berechnen zunächst den Schnittpunkt der Projektionsgeraden $\bar{x} = \begin{pmatrix} -24 \\ -24 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 27 \end{pmatrix}$

und $\bar{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 5 \end{pmatrix}$ ➔ $\begin{matrix} 16t + 20\lambda = 32 \\ 27t - 5\lambda = 28 \end{matrix}$ ➔ $\begin{matrix} 16t + 20\lambda = 32 \\ 108t - 20\lambda = 112 \end{matrix}$ ➔ $124t = 144$ ➔

$t = \frac{144}{124} \approx 1{,}16129$ ➔ $\lambda = \frac{32 - 16t}{20} \approx 0{,}6712$

Daraus ergeben sich folgende Höhen:

Gebirge: $4 \cdot t = 4{,}645km$ und Flugbahn: $8 \cdot \lambda = 5{,}3696km$. Die Höhendifferenz ist <1km, also nicht im sicheren Bereich!!

3. In der xy-Ebene wird eine 90^0-Drehung beschrieben durch die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, denn

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} = 0$ und $x^2 + y^2 = (-y)^2 + x^2$

Im xyz-Raum ergibt sich dann mit einer 20%-igen Längenkürzung die Abbildungs-

matrix $0{,}8 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}8 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix}$ und damit

$\begin{pmatrix} 0 & -0{,}8 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3{,}2 \\ 6{,}4 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{OP_1}'$ und damit P_1'=(-3,2|6,4|0)