

Aufgabe B1 Landesabitur Hessen 2007 GK

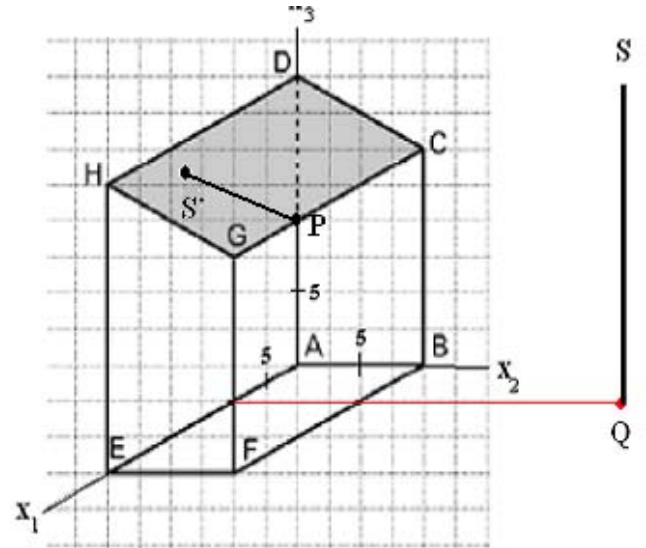
a. C(0|10|15), D(0|0|20), G(30|10|15), H(30|0|20)

Die Länge des Dachs ist 30m, die Breite berechnet sich aus $\sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \approx 11,18$ m

→ Dachfläche ist 335,41m²

Alternative:

$$\begin{aligned} &= |\overrightarrow{DC} \times \overrightarrow{DH}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -150 \\ -300 \end{pmatrix} \right| \\ &= \sqrt{150^2 + 300^2} \approx 335,41 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



b. $E_{Dach} : \vec{x} = \overrightarrow{OD} + r \cdot \overrightarrow{DC} + s \cdot \overrightarrow{DH}$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aus a. $\overrightarrow{DC} \times \overrightarrow{DH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 150 \\ 300 \end{pmatrix}$ folgt $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und damit $\vec{n} * \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} * \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} = 40$ bzw.

die Koordinatengleichung $x_2 + 2x_3 = 40$

c. Der Sonnenstrahl durch die Spitze S(10|30|23) der Antenne hat die Gleichung

$$\vec{x} = \overrightarrow{OS} + t \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 23 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}. \text{ Um den Schnittpunkt } S' \text{ mit } E_{Dach} \text{ zu erhalten, setzen wir in}$$

die Ebene ein: $30 - 4t + 2(23 - t) = 40 \Leftrightarrow 76 - 6t = 40 \Leftrightarrow 6t = 36 \Leftrightarrow t = 6 \rightarrow S'(22|6|17)$

Wir müssen noch überprüfen, ob der Punkt auch in der Dachfläche liegt:

Das ist dann der Fall wenn aus $E_{Dach} : \vec{x} = \overrightarrow{OD} + r \cdot \overrightarrow{DC} + s \cdot \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{DP}$ folgt, dass $r \leq 1$ und

$$s \leq 1 \text{ gilt: } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} s = \frac{22}{30} \\ r = \frac{3}{5} \end{matrix}$$

d. E_2 ist die Schattenebene der Antenne, g ist die Kante CG, der Schnittpunkt P der Schattenpunkt auf der Kante CG.