

Abitur 2023 Mathematik Stochastik IV

In einen leeren Behälter werden drei Kugeln gelegt. Dabei wird die Farbe jeder Kugel durch Werfen eines Würfels festgelegt, dessen Seiten mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind: Wird die „1“ oder die „2“ erzielt, wird eine gelbe Kugel gewählt, sonst eine schwarze.

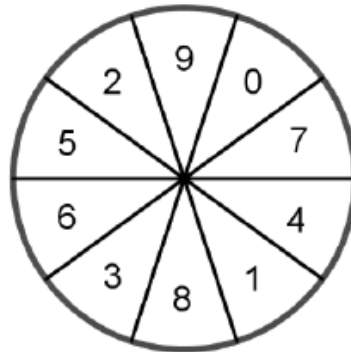
Teilaufgabe Teil A a (2 BE)

Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich nun mindestens zwei schwarze Kugeln im Behälter befinden, $\frac{20}{27}$ beträgt.

Teilaufgabe Teil A b (3 BE)

Aus dem Behälter werden zwei der drei Kugeln zufällig entnommen.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide entnommenen Kugeln schwarz sind.

Die Sektoren des abgebildeten Glücksrads sind gleich groß und mit den Zahlen von 0 bis 9 durchnummeriert.



Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Das Glücksrad wird zwanzigmal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B .

A : „Es wird genau siebenmal eine ungerade Zahl erzielt.“

B : „Es wird mehr als siebenmal und höchstens zwölfmal eine ungerade Zahl erzielt.“

Teilaufgabe Teil B 2 (5 BE)

Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Untersuchen Sie, ob die Ereignisse C und D stochastisch unabhängig sind.

C : „Die Summe der erzielten Zahlen ist kleiner als 4.“

D : „Das Produkt der erzielten Zahlen ist 2 oder 3.“

Mit dem Glücksrad wird ein Spiel durchgeführt. Jeder Spieler darf das Glücksrad beliebig oft drehen. Beendet er das Spiel selbst, bevor er eine „0“ erzielt, so wird ihm die Summe der erzielten Zahlen in Euro ausgezahlt. Erzielt er eine „0“, so ist das Spiel dadurch beendet und es erfolgt keine Auszahlung.

Teilaufgabe Teil B 3a (2 BE)

Ein erster Spieler entscheidet sich vor dem Spiel dafür, das Glücksrad, sofern er keine „0“ erzielt, viermal zu drehen und danach das Spiel zu beenden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er eine Auszahlung erhält.

Teilaufgabe Teil B 3b (4 BE)

Bei einem zweiten Spieler beträgt nach mehrmaligem Drehen des Glücksrads die Summe der erzielten Zahlen 60. Er möchte nun das Spiel entweder sofort beenden oder das Glücksrad genau ein weiteres Mal drehen. Berechnen Sie für den Fall, dass sich der Spieler für die weitere Drehung entscheiden sollte, den Erwartungswert für die Auszahlung. Geben Sie eine Empfehlung ab, ob sich der Spieler für das Beenden des Spiels oder für die weitere Drehung entscheiden sollte, und begründen Sie Ihre Empfehlung.

Teilaufgabe Teil B 3c (4 BE)

Wenn sich ein Spieler vor dem Spiel dafür entscheidet, das Glücksrad, sofern er keine „0“ erzielt, n -mal zu drehen, dann kann der Erwartungswert für die Auszahlung mit dem Term $5n \cdot 0,9^n$ berechnet werden. Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Es gibt zwei, aber nicht drei aufeinanderfolgende Werte von n , für die die Erwartungswerte für die Auszahlung übereinstimmen.

Im Folgenden wird ein Glücksrad mit n gleich großen Sektoren, die mit den Zahlen von 0 bis $n - 1$ durchnummeriert sind, betrachtet.

Teilaufgabe Teil B 4a (3 BE)

Bestimmen Sie für $n = 5$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dreimaligem Drehen des Glücksrads genau zwei gleiche Zahlen erzielt werden.

Teilaufgabe Teil B 4b (4 BE)

Das Glücksrad wird n -mal gedreht. Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Wert von n , für den die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Zahlen verschieden sind, kleiner als 1% ist.