

Abitur 2023 Mathematik Geometrie VI

Gegeben sind die Punkte $A(3|5|5)$ und $B(1|1|1)$ sowie die Geraden g und h , die sich in B schneiden. Die Gerade g hat den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, die Gerade h den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Teilaufgabe Teil A a (1 BE)

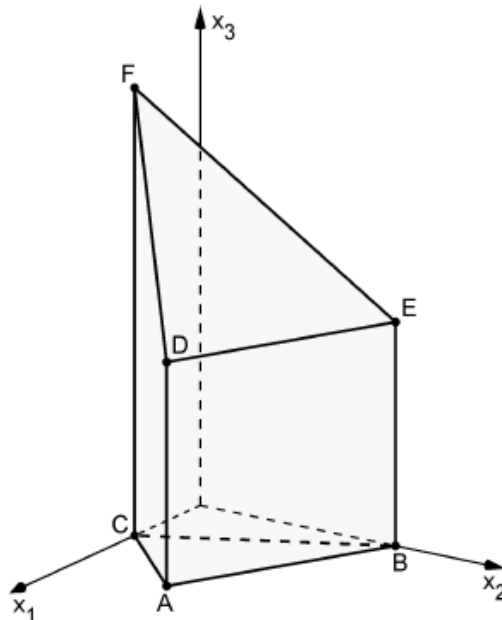
Weisen Sie nach, dass A auf g liegt.

Teilaufgabe Teil A b (4 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten zweier Punkte C und D so, dass C auf h liegt und das Viereck $ABCD$ eine Raute ist.

Die Abbildung zeigt den Körper $ABCDEF$ mit $A(6|3|0)$, $B(0|6|0)$, $C(3|0|0)$, $D(6|3|6)$, $E(0|6|6)$ und $F(3|0|12)$.

Die Punkte D , E und F liegen in der Ebene L .



Teilaufgabe Teil B a (4 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 42 = 0$)

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den L mit der $x_1 x_2$ -Ebene einschließt.

Teilaufgabe Teil B c (3 BE)

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC kann mit dem Term $6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6$ berechnet werden. Veranschaulichen Sie diese Tatsache durch geeignete Eintragungen in der Abbildung.

Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

Berechnen Sie das Volumen des Körpers ABCDEF.

Teilaufgabe Teil B e (4 BE)

Die Ebene N_k enthält die x_3 -Achse und den Punkt $P_k(1 - k|k|0)$ mit $k \in]0; 1[$. Welche Kanten des Körpers von N_k geschnitten werden, ist abhängig von k . Durchläuft k alle Werte zwischen 0 und 1, so gibt es Bereiche $]a; b[$, für die jeweils gilt, dass N_k für alle Werte von $k \in]a; b[$ die gleichen Kanten des Körpers schneidet. Bestimmen Sie den größten dieser Bereiche und geben Sie die zugehörigen Kanten an.

Teilaufgabe Teil B f (5 BE)

Auf der Kante [AD] liegt der Punkt Q , auf der Kante [BE] der Punkt $R(0|6|2)$. Das Dreieck FQR hat in Q einen rechten Winkel. Bestimmen Sie die x_3 -Koordinate von Q .

Teilaufgabe Teil B g (3 BE)

Der Körper wird so um die Gerade AB gedreht, dass der mit D bezeichnete Eckpunkt nach der Drehung in der $x_1 x_2$ -Ebene liegt und dabei eine positive x_2 -Koordinate hat. Die folgenden Rechnungen liefern die Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit der beschriebenen Drehung:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = 0 \iff \lambda = 0, 8, \text{ d.h. } S(4, 8|3, 6|0)$$

$$\vec{T} = \vec{S} + |\vec{CS}| \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Formulieren Sie eine passende Aufgabenstellung und geben Sie die Bedeutung von S an.