

Abitur 2022 Mathematik Geometrie V

Gegeben ist die Kugel K mit Mittelpunkt $M(3| - 6|5)$ und Radius $2\sqrt{6}$.

Teilaufgabe Teil A a (3 BE)

Geben Sie eine Gleichung von K in Koordinatenform an und zeigen Sie, dass der Punkt $P(5| - 4|1)$ auf K liegt.

Teilaufgabe Teil A b (2 BE)

Untersuchen Sie, ob K die $x_1 x_2$ -Ebene schneidet.

Gegeben sind die Punkte $P(4|5| - 19)$, $Q(5|9| - 18)$ und $R(3|7| - 17)$, die in der Ebene E liegen, sowie die Gerade $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} -12 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Teilaufgabe Teil B a (4 BE)

Bestimmen Sie die Länge der Strecke $[PQ]$. Zeigen Sie, dass das Dreieck PQR bei R rechtwinklig ist, und begründen Sie damit, dass die Strecke $[PQ]$ Durchmesser des Umkreises des Dreiecks PQR ist.

(zur Kontrolle: $\overline{PQ} = 3\sqrt{2}$)

Teilaufgabe Teil B b (5 BE)

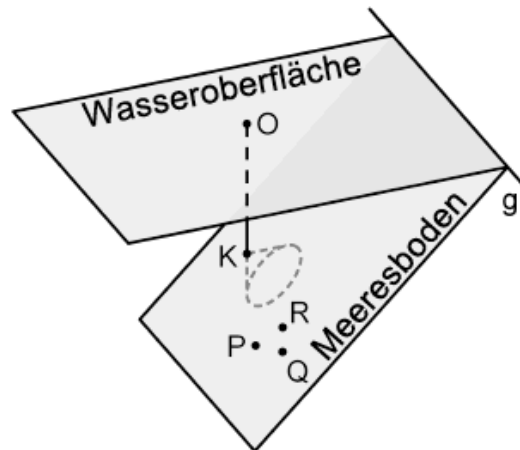
Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform und zeigen Sie, dass die Gerade g in E liegt.

(zur Kontrolle: $E : 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 35 = 0$)

Teilaufgabe Teil B c (1 BE)

Begründen Sie ohne Rechnung, dass g in der $x_1 x_2$ -Ebene liegt.

In einem Modell für einen Küstenabschnitt am Meer beschreibt die $x_1 x_2$ -Ebene die horizontale Wasseroberfläche und die Gerade g die Uferlinie. Die Ebene E stellt im betrachteten Abschnitt den Meeresboden dar. Eine Boje schwimmt auf der Wasseroberfläche an der Stelle, die dem Koordinatenursprung O entspricht (vgl. Abbildung). Eine Längeneinheit entspricht einem Meter in der Realität.



Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

Bestimmen Sie die Größe des Winkels, unter dem der Meeresboden gegenüber der Wasseroberfläche abfällt.

Ein Fotograf soll für ein Reisemagazin Unterwasserfotos aufnehmen.

Teilaufgabe Teil B e (4 BE)

Der Fotograf schwimmt entlang der kürzestmöglichen Strecke von der Uferlinie aus zur Boje. Ermitteln Sie die Länge dieser Strecke.

Von der Boje aus taucht der Fotograf senkrecht bezüglich der Wasseroberfläche nach unten bis zu einer Stelle, deren Abstand zum Meeresboden genau drei Meter beträgt und im Modell durch den Punkt K dargestellt wird.

Teilaufgabe Teil B f (5 BE)

Bestimmen Sie rechnerisch, welche Tiefe unter der Wasseroberfläche der Fotograf bei diesem Tauchvorgang erreicht.

Teilaufgabe Teil B g (3 BE)

Drei kleine farbenfrohe Seesterne befinden sich am Meeresboden und werden im Modell durch die Punkte P , Q und R dargestellt. Der Fotograf bewegt sich für seine Aufnahmen von der Stelle aus, die im Modell durch den Punkt K beschrieben wird, parallel zum Meeresboden. Das Kameraobjektiv zeigt dabei senkrecht zum Meeresboden und hat ein kegelförmiges Sichtfeld mit einem Öffnungswinkel von 90° (vgl. Abbildung).

Beurteilen Sie, ob der Fotograf auf diese Weise eine Stelle erreichen kann, an der er alle drei Seesterne gleichzeitig im Sichtfeld der Kamera sehen kann.