Abitur 2020 Mathematik Stochastik IV

Ein Glücksrad besteht aus zwei unterschiedlich großen Sektoren. Der größere Sektor ist mit der Zahl 1 und der kleinere mit der Zahl 3 beschriftet. Die Wahrscheinlichkeit dafür, beim einmaligen Drehen des Glücksrads die Zahl 1 zu erzielen, wird mit p bezeichnet. Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Teilaufgabe Teil A a (1 BE)

Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der beiden erzielten Zahlen 4 ist, durch den Term $2p \cdot (1-p)$ angegeben wird.

Teilaufgabe Teil A b (4 BE)

Die Zufallsgröße X beschreibt die Summe der beiden erzielten Zahlen. Bestimmen Sie, für welchen Wert von p die Zufallsgröße X den Erwartungswert 3 hat.

Das Laplace-Gymnasium veranstaltet auf dem Sportplatz ein Fußballturnier für die neuen 5. Klassen.

An dem Turnier nehmen neun Mannschaften teil. Die Mannschaften bestehen jeweils aus Jungen und Mädchen, wobei zwei Drittel aller mitspielenden Kinder männlich sind.

Teilaufgabe Teil B 1a (3 BE)

Die drei Spielführerinnen und die sechs Spielführer der Fußballmannschaften stellen sich in einer Reihe für ein Foto auf. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für die Aufstellung der neun Kinder, wenn die drei Spielführerinnen nebeneinanderstehen sollen.

Teilaufgabe Teil B 1b (5 BE)

Im Rahmen der Begrüßung durch die Schulleiterin werden aus allen Spielerinnen und Spielern zunächst zehn Kinder ausgelost, die je einen Fußball erhalten sollen. Um die Wahrscheinlichkeit dafür zu berechnen, dass fünf Mädchen und fünf Jungen einen Ball erhalten, verwendet Max den Ansatz

$$\binom{10}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

Geben Sie an, ob Max dabei vom Modell „Ziehen mit Zurücklegen“ oder vom Modell „Ziehen ohne Zurücklegen“ ausgeht. Begründen Sie rechnerisch unter Zugrundelegung eines im Sachkontext realistischen Zahlenwerts für die Gesamtzahl der Spielerinnen und Spieler, dass die von Max berechnete Wahrscheinlichkeit nur geringfügig von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit abweicht.

Neben dem Fußballturnier werden für die Schülerinnen und Schüler auch ein Elfmeterschießen und ein Torwandschießen angeboten.

Dafür konnten sich die Kinder in zwei Listen eintragen. 45% der Kinder haben sich sowohl für das Torwandschießen als auch für das Elfmeterschießen eingetragen, 15% haben sich nur für das Elfmeterschießen eingetragen. 90% der Kinder, die sich für das Torwandschießen eingetragen haben, haben sich auch für das Elfmeterschießen eingetragen. Aus den Kindern wird eines zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

T : „Das Kind hat sich für das Torwandschießen eingetragen."
E : „Das Kind hat sich für das Elfmeterschießen eingetragen."

Teilaufgabe Teil B 2a (4 BE)

Untersuchen Sie die Ereignisse T und E auf stochastische Unabhängigkeit.

Teilaufgabe Teil B 2b (3 BE)

Drücken Sie jedes der beiden folgenden Ereignisse unter Verwendung der Mengenschreibweise durch T und E aus.

A : „Das Kind hat sich in keine der Listen eingetragen."
B : „Das Kind hat sich in genau eine Liste eingetragen."

Beim Torwandschießen treten zwei Schützen gegeneinander an. Zunächst gibt der eine sechs Schüsse ab, anschließend der andere. Wer dabei mehr Treffer erzielt, hat gewonnen; andernfalls geht das Torwandschießen unentschieden aus.

Joe trifft beim Torwandschießen bei jedem Schuss mit einer Wahrscheinlichkeit von 20%, Hans mit einer Wahrscheinlichkeit von 30%.

Teilaufgabe Teil B 3a (4 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Joe beim Torwandschießen gegen Hans gewinnt, wenn Hans bei seinen sechs Schüssen genau zwei Treffer erzielt hat. Erläutern Sie anhand einer konkreten Spielsituation, dass das dieser Aufgabe zugrunde gelegte mathematische Modell im Allgemeinen nicht der Realität entspricht.

Teilaufgabe Teil B 3b (2 BE)

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term $\sum_{k=0}^{6} (B(6;0,2;k) \cdot B(6;0,3;k))$ angegeben wird.

Teilaufgabe Teil B 3c (4 BE)

Lisa erreichte im Training in 90% aller Fälle bei sechs Schüssen mindestens einen Treffer. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ihr erster Schuss im Wettbewerb ein Treffer ist, wenn man davon ausgeht, dass sich ihre Trefferquote im Vergleich zum Training nicht ändert. Legen Sie Ihrer Berechnung als Modell eine geeignete Bernoullikette zugrunde.