

Abitur 2020 Mathematik Geometrie VI

Gegeben sind die Punkte $P(-2|3|0)$, $R(2|-1|2)$ und $Q(q|1|5)$ mit der reellen Zahl q , wobei Q von P genauso weit entfernt ist wie von R .

Teilaufgabe Teil A 1a (3 BE)

Bestimmen Sie q .

(zur Kontrolle: $q = -2$)

Teilaufgabe Teil A 1b (2 BE)

Ermitteln Sie die Koordinaten des Eckpunkts S der Raute PQRS. Zeigen Sie, dass PQRS kein Quadrat ist.

Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem die Ebene $E : 4x_1 - 8x_2 + x_3 + 50 = 0$

und die Gerade $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$.

Teilaufgabe Teil B a (1 BE)

Erläutern Sie, warum die folgende Rechnung ein Nachweis dafür ist, dass g und E genau einen gemeinsamen Punkt haben:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix} = -72 \neq 0$$

Teilaufgabe Teil B b (5 BE)

Berechnen Sie die Größe des Schnittwinkels von g und E und zeigen Sie, dass $S(0,5|6,5|0)$ der Schnittpunkt von g und E ist.

Teilaufgabe Teil B c (6 BE)

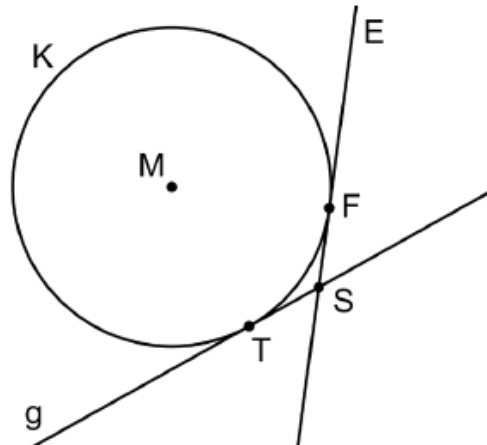
Die Kugel K mit dem Mittelpunkt $M(-13|20|0)$ berührt die Ebene E . Bestimmen Sie die Koordinaten des zugehörigen Berührungspunkts F sowie den Kugelradius r .

(zur Kontrolle: $F(-5|4|2)$, $r = 18$)

Teilaufgabe Teil B d (5 BE)

Weisen Sie nach, dass die Gerade g die Kugel K im Punkt $T(3|12|-2)$ berührt.

Die Punkte M , T , S und F (vgl. die Aufgaben b, c und d) liegen in einer Ebene Z . Die nicht maßstabsgetreue Abbildung zeigt die Gerade g , den Schnitt der Ebene E mit der Ebene Z sowie den Schnitt der Kugel K mit der Ebene Z .



Teilaufgabe Teil B e (4 BE)

Begründen Sie, dass das Viereck $MTSF$ einen Umkreis besitzt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Teilaufgabe Teil B f (4 BE)

Durch Rotation des Vierecks $MTSF$ um die Gerade MS entsteht ein Körper. Beschreiben Sie diesen Körper.

In einer Formelsammlung ist zur Berechnung des Volumens eines solchen Körpers die Formel $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot b$ zu finden. Geben Sie für den beschriebenen Körper die Strecken an, deren Längen für a bzw. b einzusetzen sind.