

Abitur 2020 Mathematik Geometrie V

Die Strecke $[PQ]$ mit den Endpunkten $P(8|-5|1)$ und Q ist Durchmesser einer Kugel mit Mittelpunkt $M(5|-1|1)$.

Teilaufgabe Teil A a (3 BE)

Berechnen Sie die Koordinaten von Q und weisen Sie nach, dass der Punkt $R(9|-1|4)$ auf der Kugel liegt.

Teilaufgabe Teil A b (2 BE)

Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass das Dreieck PQR bei R rechtwinklig ist.

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft eine Mehrzweckhalle, die auf einer horizontalen Fläche steht und die Form eines geraden Prismas hat.

Die Punkte $A_1(0|0|0)$, $A_2(20|0|0)$, A_3 und $A_4(0|10|0)$ stellen im Modell die Eckpunkte der Grundfläche der Mehrzweckhalle dar, die Punkte B_1 , B_2 , B_3 und B_4 die Eckpunkte der Dachfläche. Diejenige Seitenwand, die im Modell in der x_1x_3 -Ebene liegt, ist 6 m hoch, die ihr gegenüberliegende Wand nur 4 m.

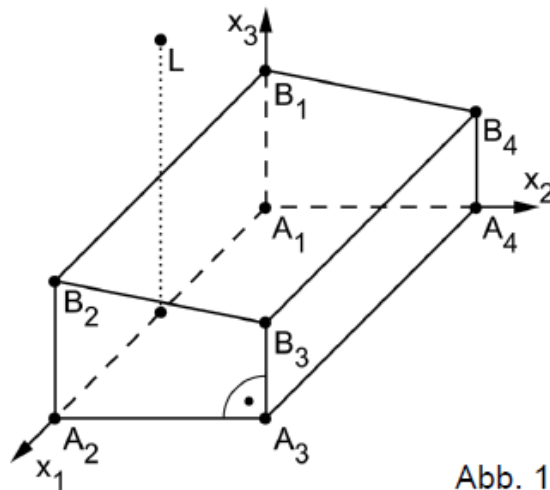


Abb. 1

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m, d. h. die Mehrzweckhalle ist 20 m lang.

Teilaufgabe Teil B a (4 BE)

Geben Sie die Koordinaten der Punkte B_2 , B_3 und B_4 an und bestätigen Sie, dass diese Punkte in der Ebene $E : x_2 + 5x_3 - 30 = 0$ liegen.

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Berechnen Sie die Größe des Neigungswinkels der Dachfläche gegenüber der Horizontalen.

Teilaufgabe Teil B c (6 BE)

Der Punkt $T(7|10|0)$ liegt auf der Kante $[A_3A_4]$. Untersuchen Sie rechnerisch, ob es Punkte auf der Kante $[B_3B_4]$ gibt, für die gilt: Die Verbindungsstrecken des Punktes zu den Punkten B_1 und T stehen aufeinander senkrecht. Geben Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieser Punkte an.

Der Punkt L , der vertikal über dem Mittelpunkt der Kante $[A_1A_2]$ liegt, veranschaulicht im Modell die Position einer Flutlichtanlage, die 12 m über der Grundfläche angebracht ist. Die als punktförmig angenommene Lichtquelle beleuchtet – mit Ausnahme des Schattenbereichs in der Nähe der Hallenwände – das gesamte Gelände um die Halle.

Teilaufgabe Teil B d (5 BE)

Die Punkte L , B_2 und B_3 legen eine Ebene F fest. Ermitteln Sie eine Gleichung von F in Normalenform.

(zur Kontrolle: $F : 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 90 = 0$)

Teilaufgabe Teil B e (3 BE)

Die Ebene F schneidet die $x_1 x_2$ -Ebene in der Gerade g . Bestimmen Sie eine Gleichung von g .

(zur Kontrolle: $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$)

Teilaufgabe Teil B f (4 BE)

Die Abbildung 2 zeigt den Grundriss des Hallenmodells in der $x_1 x_2$ -Ebene. Stellen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse den Schattenbereich der Flutlichtanlage in der Abbildung exakt dar.

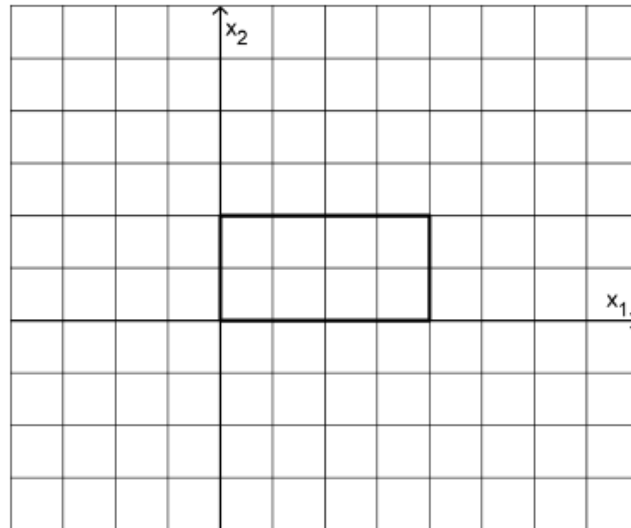


Abb. 2