

Abitur 2019 Mathematik Stochastik III

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0“ beschriftet, einer mit „1“ und einer mit „2“ ; die beiden anderen Sektoren sind mit „9“ beschriftet.

Teilaufgabe Teil A 1a (2 BE)

Das Glücksrad wird viermal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden.

Teilaufgabe Teil A 1b (3 BE)

Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt.

Teilaufgabe Teil A 2 (3 BE)

Die Zufallsgröße X kann ausschließlich die Werte 1, 4, 9 und 16 annehmen. Bekannt sind $P(X = 9) = 0,2$ und $P(X = 16) = 0,1$ sowie der Erwartungswert $E(X) = 5$. Bestimmen Sie mithilfe eines Ansatzes für den Erwartungswert die Wahrscheinlichkeiten $P(X = 1)$ und $P(X = 4)$.

Teilaufgabe Teil A 3 (2 BE)

Gegeben ist eine Bernoullikette mit der Länge n und der Trefferwahrscheinlichkeit p . Erklären Sie, dass für alle $k \in \{0; 1; 2; \dots; n\}$ die Beziehung $B(n; p; k) = B(n; 1 - p; n - k)$ gilt.

Ein Unternehmen organisiert Fahrten mit einem Ausflugsschiff, das Platz für 60 Fahrgäste bietet.

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Betrachtet wird eine Fahrt, bei der das Schiff voll besetzt ist. Unter den Fahrgästen befinden sich Erwachsene, Jugendliche und Kinder. Die Hälfte der Fahrgäste isst während der Fahrt ein Eis, von den Erwachsenen nur jeder Dritte, von den Jugendlichen und Kindern 75%. Berechnen Sie, wie viele Erwachsene an der Fahrt teilnehmen.

Möchte man an einer Fahrt teilnehmen, so muss man dafür im Voraus eine Reservierung vornehmen, ohne dabei schon den Fahrpreis bezahlen zu müssen. Erfahrungsgemäß erscheinen von den Personen mit Reservierung einige nicht zur Fahrt. Für die 60 zur Verfügung stehenden Plätze lässt das Unternehmen deshalb bis zu 64 Reservierungen zu. Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Fahrt tatsächlich 64 Reservierungen vorgenommen werden. Erscheinen mehr als 60 Personen mit Reservierung zur Fahrt, so können nur 60 von ihnen daran teilnehmen; die übrigen müssen abgewiesen werden.

Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Personen mit Reservierung, die nicht zur Fahrt erscheinen. Vereinfachend soll angenommen werden, dass X binomialverteilt ist, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, 10% beträgt. Die abgebildete Tabelle ergänzt das zugelassene Tafelwerk.

Binomialverteilung kumulativ; $k \mapsto \sum_{i=0}^k B(n; p; i)$

n	k	p = 0,10	p = 0,11	p = 0,12	p = 0,13	p = 0,14	p = 0,15	p = 0,16	p = 0,17
64	0	0,00118	0,00058	0,00028	0,00013	0,00006	0,00003	0,00001	0,00001
	1	0,00956	0,00514	0,00272	0,00142	0,00073	0,00037	0,00019	0,00009
	2	0,03891	0,02290	0,01321	0,00748	0,00417	0,00228	0,00123	0,00065
	3	0,10629	0,06827	0,04277	0,02620	0,01572	0,00924	0,00533	0,00302
	4	0,22047	0,15377	0,10425	0,06886	0,04439	0,02797	0,01725	0,01043
	5	0,37271	0,28059	0,20485	0,14534	0,10040	0,06763	0,04450	0,02863
...	

Teilaufgabe Teil B 2a (1 BE)

Geben Sie einen Grund dafür an, dass es sich bei der Annahme, die Zufallsgröße X ist binomialverteilt, im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt.

Teilaufgabe Teil B 2b (3 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss.

Teilaufgabe Teil B 2c (3 BE)

Für das Unternehmen wäre es hilfreich, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, mindestens eine Person mit Reservierung abweisen zu müssen, höchstens ein Prozent wäre. Dazu müsste die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, mindestens einen bestimmten Wert haben. Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau.

Das Unternehmen richtet ein Online-Portal zur Reservierung ein und vermutet, dass dadurch der Anteil der Personen mit Reservierung, die zur jeweiligen Fahrt nicht erscheinen, zunehmen könnte. Als Grundlage für die Entscheidung darüber, ob pro Fahrt künftig mehr als 64 Reservierungen zugelassen werden, soll die Nullhypothese „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, beträgt höchstens 10%.“ mithilfe einer Stichprobe von 200 Personen mit Reservierung auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden. Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Anzahl der für eine Fahrt möglichen Reservierungen nur dann zu erhöhen, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt werden müsste.

Teilaufgabe Teil B 2d (5 BE)

Ermitteln Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

Teilaufgabe Teil B 2e (3 BE)

Entscheiden Sie, ob bei der Wahl der Nullhypothese eher das Interesse, dass weniger Plätze frei bleiben sollen, oder das Interesse, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen, im Vordergrund stand. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Teilaufgabe Teil B 2f (2 BE)

Beschreiben Sie den zugehörigen Fehler zweiter Art sowie die daraus resultierende Konsequenz im Sachzusammenhang.