

Abitur 2017 Mathematik Geometrie V

Gegeben sind die Punkte $A(2|1|-4)$, $B(6|1|-12)$ und $C(0|1|0)$.

Teilaufgabe Teil A 1a (3 BE)

Weisen Sie nach, dass der Punkt C auf der Geraden AB , nicht aber auf der Strecke $[AB]$ liegt.

Teilaufgabe Teil A 1b (2 BE)

Auf der Strecke $[AB]$ gibt es einen Punkt D , der von B dreimal so weit entfernt ist wie von A . Bestimmen Sie die Koordinaten von D .

Gegeben ist die Ebene $E : 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -18$.

Teilaufgabe Teil A 2a (2 BE)

Der Schnittpunkt von E mit der x_1 -Achse, der Schnittpunkt von E mit der x_2 -Achse und der Koordinatenursprung sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Teilaufgabe Teil A 2b (3 BE)

Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors, der sowohl ein Normalenvektor von E als auch der Ortsvektor eines Punktes der Ebene E ist.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|0|1)$, $B(2|6|1)$, $C(-4|8|5)$ und $D(-6|2|5)$ gegeben. Sie liegen in einer Ebene E und bilden ein Viereck $ABCD$, dessen Diagonalen sich im Punkt M schneiden.

Teilaufgabe Teil B a (1 BE)

Begründen Sie, dass die Gerade AB parallel zur $x_1 x_2$ -Ebene verläuft.

Teilaufgabe Teil B b (4 BE)

Weisen Sie nach, dass das Viereck $ABCD$ ein Rechteck ist. Bestimmen Sie die Koordinaten von M .

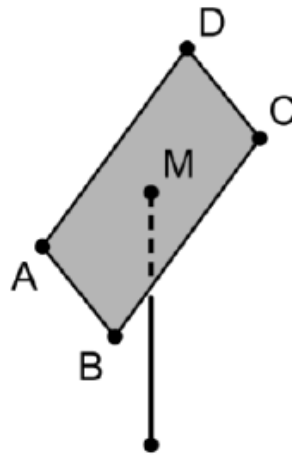
(Teilergebnis: $M(-2|4|3)$)

Teilaufgabe Teil B c (3 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

(mögliches Ergebnis: $E : 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 5 = 0$)

Ein Solarmodul wird an einem Metallrohr befestigt, das auf einer horizontalen Fläche senkrecht steht. Das Solarmodul wird modellhaft durch das Rechteck $ABCD$ dargestellt. Das Metallrohr lässt sich durch eine Strecke, der Befestigungspunkt am Solarmodul durch den Punkt M beschreiben (vgl. Abbildung). Die horizontale Fläche liegt im Modell in der $x_1 x_2$ -Ebene des Koordinatensystems; eine Längeneinheit entspricht 0,8 m in der Realität.



Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

Um einen möglichst großen Energieertrag zu erzielen, sollte die Größe des Neigungswinkels φ des Solarmoduls gegenüber der Horizontalen zwischen 30° und 36° liegen. Prüfen Sie, ob diese Bedingung erfüllt ist.

Teilaufgabe Teil B e (5 BE)

Auf das Solarmodul fällt Sonnenlicht, das im Modell durch parallele Geraden dargestellt wird, die senkrecht zur Ebene E verlaufen. Das Solarmodul erzeugt auf der horizontalen Fläche einen rechteckigen Schatten.

Zeigen Sie unter Verwendung einer geeignet beschrifteten Skizze, dass der Flächeninhalt

des Schattens mithilfe des Terms $|\vec{AB}| \cdot \frac{|\vec{AD}|}{\cos \varphi} \cdot (0,8 \text{ m})^2$ berechnet werden kann.

Teilaufgabe Teil B f (4 BE)

Um die Sonneneinstrahlung im Laufe des Tages möglichst effektiv zur Energiegewinnung nutzen zu können, lässt sich das Metallrohr mit dem Solarmodul um die Längsachse des Rohrs drehen. Die Größe des Neigungswinkels φ gegenüber der Horizontalen bleibt dabei unverändert.

Betrachtet wird der Eckpunkt des Solarmoduls, der im Modell durch den Punkt A dargestellt wird. Berechnen Sie den Radius des Kreises, auf dem sich dieser Eckpunkt des Solarmoduls bei der Drehung des Metallrohrs bewegt, auf Zentimeter genau.