# Abitur 2016 Mathematik Geometrie VI

Gegeben sind die Ebene $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$ sowie die Punkte $P(1|0|2)$ und $Q(5|2|6)$.

**Teilaufgabe Teil A 1a** (2 BE)

Zeigen Sie, dass die Gerade durch die Punkte $P$ und $Q$ senkrecht zur Ebene $E$ verläuft.

**Teilaufgabe Teil A 1b** (3 BE)

Die Punkte $P$ und $Q$ liegen symmetrisch zu einer Ebene $F$. Ermitteln Sie eine Gleichung von $F$.

Gegeben sind die Punkte $A(-2|1|4)$ und $B(-4|0|6)$.

**Teilaufgabe Teil A 2a** (2 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts $C$ so, dass gilt: $\overrightarrow{CA} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$.

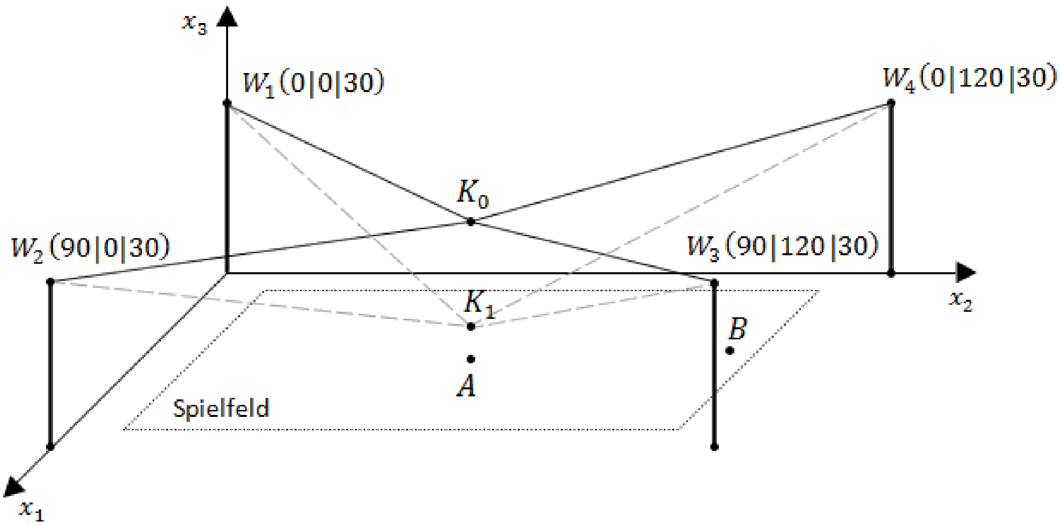
**Teilaufgabe Teil A 2b** (3 BE)

Durch die Punkte $A$ und $B$ verläuft die Gerade $g$.
Betrachtet werden Geraden, für welche die Bedingungen I und II gelten:

**I** Jede dieser Geraden schneidet die Gerade $g$ orthogonal.
**II** Der Abstand jeder dieser Geraden vom Punkt $A$ beträgt 3.

Ermitteln Sie eine Gleichung für eine dieser Geraden.

Für die Fernsehübertragung eines Fußballspiels wird über dem Spielfeld eine bewegliche Kamera installiert. Ein Seilzugsystem, das an vier Masten befestigt wird, hält die Kamera in der gewünschten Position. Seilwinden, welche die Seile koordiniert verkürzen und verlängern, ermöglichen eine Bewegung der Kamera.
In der Abbildung ist das horizontale Spielfeld modellhaft als Rechteck in der $x_1 x_2$-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems dargestellt. Die Punkte $W_1$, $W_2$, $W_3$ und $W_4$ beschreiben die Positionen der vier Seilwinden. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Realität, d. h. alle vier Seilwinden sind in einer Höhe von 30 m angebracht.




Der Punkt $A(45|60|0)$ beschreibt die Lage des Anstoßpunkts auf dem Spielfeld. Die Kamera befindet sich zunächst in einer Höhe von 25 m vertikal über dem Anstoßpunkt. Um den Anstoß zu filmen, wird die Kamera um 19m vertikal abgesenkt. In der Abbildung ist die ursprüngliche Kameraposition durch den Punkt $K_0$, die abgesenkte Position durch den Punkt $K_1$ dargestellt.

**Teilaufgabe Teil B a** (4 BE)

Berechnen Sie die Seillänge, die von jeder der vier Seilwinden abgerollt werden muss, um dieses Absenken zu ermöglichen, wenn man davon ausgeht, dass die Seile geradlinig verlaufen.

Kurze Zeit später legt sich ein Torhüter den Ball für einen Abstoß bereit. Der Abstoß soll von der Kamera aufgenommen werden. Durch das gleichzeitige Verlängern beziehungsweise Verkürzen der vier Seile wird die Kamera entlang einer geraden Bahn zu einem Zielpunkt bewegt, der in einer Höhe von 10 m über dem Spielfeld liegt. Im Modell wird der Zielpunkt durch den Punkt $K_2$ beschrieben, die Bewegung der Kamera erfolgt vom Punkt $K_1$ entlang der Geraden $g$ mit der Gleichung $g: \overrightarrow{X} = \overrightarrow{K_1} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 20 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, zum Punkt $K_2$.

**Teilaufgabe Teil B b** (3 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten von $K_2$.
[Ergebnis: $K_2(51|100|10)$]

**Teilaufgabe Teil B c** (4 BE)

Im Zielpunkt ist die Kamera zunächst senkrecht nach unten orientiert. Um die Position des Balls anzuvisieren, die im Modell durch den Punkt $B(40|105|0)$ beschrieben wird, muss die Kamera gedreht werden. Berechnen Sie die Größe des erforderlichen Drehwinkels.

Der Torwart führt den Abstoß aus. Der höchste Punkt der Flugbahn des Balls wird im Modell durch den Punkt $H(50|70|15)$ beschrieben.

**Teilaufgabe Teil B d** (7 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der durch die Punkte $W_1$, $W_2$ und $K_2$ festgelegten Ebene $E$ in Normalenform und weisen Sie nach, dass $H$ unterhalb von $E$ liegt.

[Mögliches Teilergebnis: $E: x_2 + 5x_3 - 150 = 0$]

**Teilaufgabe Teil B e** (2 BE)

Machen Sie plausibel, dass folgende allgemeine Schlussfolgerung falsch ist: „Liegen der Startpunkt und der anvisierte höchste Punkt einer Flugbahn des Balls im Modell unterhalb der Ebene $E$, so kann der Ball entlang seiner Bahn die Seile, die durch $[W_1 K_2]$ und $[W_2 K_2]$ beschrieben werden, nicht berühren.“