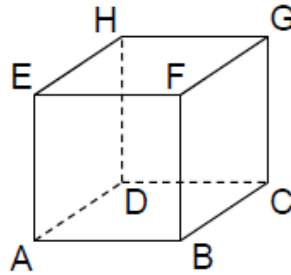


Abitur 2016 Mathematik Geometrie V

Betrachtet wird der abgebildete Würfel $ABCDEFGH$.

Die Eckpunkte D , E , F und H dieses Würfels besitzen in einem kartesischen Koordinatensystem die folgenden Koordinaten: $D(0|0|-2)$, $E(2|0|0)$, $F(2|2|0)$ und $H(0|0|0)$.



Teilaufgabe Teil A 1a (2 BE)

Zeichnen Sie in die Abbildung die Koordinatenachsen ein und bezeichnen Sie diese. Geben Sie die Koordinaten des Punkts A an.

Teilaufgabe Teil A 1b (3 BE)

Der Punkt P liegt auf der Kante $[FB]$ des Würfels und hat vom Punkt H den Abstand 3. Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts P .

Gegeben sind die Punkte $A(-2|1|4)$ und $B(-4|0|6)$.

Teilaufgabe Teil A 2a (2 BE)

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts C so, dass gilt: $\vec{CA} = 2 \cdot \vec{AB}$.

Teilaufgabe Teil A 2b (3 BE)

Durch die Punkte A und B verläuft die Gerade g .

Betrachtet werden Geraden, für welche die Bedingungen I und II gelten:

- I Jede dieser Geraden schneidet die Gerade g orthogonal.
- II Der Abstand jeder dieser Geraden vom Punkt A beträgt 3.

Ermitteln Sie eine Gleichung für eine dieser Geraden.

In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Punkte $A(6|3|3)$, $B(3|6|3)$ und $C(3|3|6)$ das gleichseitige Dreieck ABC fest.

Teilaufgabe Teil B a (4 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E , in der das Dreieck ABC liegt, in Normalenform.

[mögliches Ergebnis: $E : x_1 + x_2 + x_3 - 12 = 0$]

Spiegelt man die Punkte A , B und C am Symmetriezentrum $Z(3|3|3)$, so erhält man die Punkte A' , B' bzw. C' .

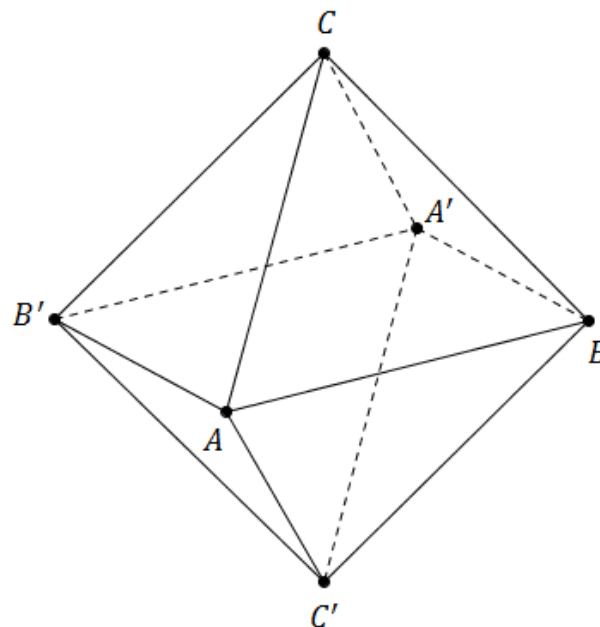
Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Beschreiben Sie die Lage der Ebene, in der die Punkte A , B und Z liegen, im Koordinatensystem. Zeigen Sie, dass die Strecke $[CC']$ senkrecht auf dieser Ebene steht.

Teilaufgabe Teil B c (4 BE)

Begründen Sie, dass das Viereck $ABA'B'$ ein Quadrat mit der Seitenlänge $3\sqrt{2}$ ist.

Der Körper $ABA'B'CC'$ ist ein sogenanntes Oktaeder. Er besteht aus zwei Pyramiden mit dem Quadrat $ABA'B'$ als gemeinsamer Grundfläche und den Pyramidenspitzen C bzw. C' .



Teilaufgabe Teil B d (2 BE)

Weisen Sie nach, dass das Oktaeder das Volumen 36 besitzt.

Teilaufgabe Teil B e (4 BE)

Bestimmen Sie die Größe des Winkels zwischen den Seitenflächen ABC und $AC'B$.

Teilaufgabe Teil B f (3 BE)

Alle Eckpunkte des Oktaeders liegen auf einer Kugel. Geben Sie eine Gleichung dieser Kugel an.

Berechnen Sie den Anteil des Oktaedervolumens am Kugelvolumen.